2°/ a) $aff\ \overrightarrow{OM_1} = z_{M_1} - z_O = 1 + \cos 2t + i \sin 2t$

$aff\ \overrightarrow{AM} = z_M - z_A = 1 + e^{it} - 1 = \cos t + i \sin t$

b) $aff\ \overrightarrow{OM_1} = 1 + \cos 2t + i \sin 2t = 2\cos t(\cos t + i \sin t) = 2\cos t \cdot aff\ \overrightarrow{AM}$

d'où $aff\ \overrightarrow{OM_1} = 2\cos t \cdot \overrightarrow{AM}$ d'ou $(OM_1)//(AM)$.

**Solution 22 :**

1°/ a) $z_0$ étant une solution imaginaire pure donc $z_0 = yi$ où $y \in \mathbf{R}$

$f(z_0) = f(yi) = -y^3 i - 2(-\sqrt{3} + i)y^2 + 4i(1 - i\sqrt{3})y + 8i$

$f(z_0) = -iy^3 + 2\sqrt{3}y^2 - 2y^2 i + 4iy + 4\sqrt{3}y + 8i$

$= (2\sqrt{3}y^2 + 4\sqrt{3}y) + i(-y^3 - 2y^2 + 4y + 8)$

$$f(z_0) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{3}y^2 + 4\sqrt{3}y = 0 & (1) \\ -y^3 - 2y^2 + 4y + 8 = 0 & (2) \end{cases}$$

$(1) \Leftrightarrow 2\sqrt{3}(y^2 + 2y) = 0 \Leftrightarrow y = 0$ ou $y = -2$

$y = 0$ ne vérifie pas (2) ; $y = -2$ vérifie (2)

*Conclusion :* $z_0 = -2i$

b) $\forall z \in \mathbf{C}$ on a : $f(z) = (z + 2i)(z^2 + bz + 4)$

$= z^3 + bz^2 + 4z + 2iz^2 + 2ibz + 8i$

$= z^3 + (b + 2i)z^2 + (4 + 2ib)z + 8i$

$$\begin{cases} b + 2i = 2(-\sqrt{3} + i) \\ 4 + 2ib = 4(1 - i\sqrt{3}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2\sqrt{3} \\ 2ib = -4i\sqrt{3} \end{cases} \quad b = -2\sqrt{3}$$

*Conclusion :* $f(z) = (z + 2i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4)$

$f(z) = 0 \Leftrightarrow z = -2i$ (*) ou $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$ (**)

(**) : $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0 \Leftrightarrow (z - \sqrt{3})^2 + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (z - \sqrt{3})^2 = i^2$